STUDENTEREKSAMEN MAJ – JUNI 1965

Matematik I

1. Løs ligningen

$$(x^3 + i)(x^2 - 1 + i\sqrt{3}) = 0.$$

Ligningens rødder x_1, x_2, x_3, x_4 og x_5 skal angives på formen $a + ib$, hvor a og b er reelle tal.

Find værdien af

$$x_1{}^6 + x_2{}^6 + x_3{}^6 + x_4{}^6 + x_5{}^6.$$

2. En ellipsebue E er givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{aligned} x &= 2\sqrt{2}\cos t \\ y &= 2\sin t \end{aligned} \qquad 0 < t < \pi\,.$$

P betegner et vilkårligt punkt på E, og Q betegner skæringspunktet mellem x-aksen og normalen til E i P. Punktet S er beliggende på liniestykket PQ's forlængelse ud over Q, således at længden af QS er lig med længden af PQ.

Bestem det geometriske sted for S, når P gennemløber ellipsebuen E.

3. For hvilke positive tal k eksisterer der en trekant ABC, i hvilken vinkel $A = 60°$ og $OB : OA = k$, hvor O betegner centrum for trekantens indskrevne cirkel?

Beregn de ubekendte vinkler og sider i en sådan trekant, når $k = 1{,}234$ og siden BC har længden $4{,}237$.

STUDENTEREKSAMEN MAJ–JUNI 1965

Matematik II

1. Bestem det tal x i intervallet $-2 \leqq x < -1$, for hvilket

$$\int_{-2}^{x} \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt = \ln 3,$$

hvor ln betegner den naturlige logaritme.

2. I et ret prisme $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ er grundfladen $ABCD$ et rektangel med sidelængderne $AB = 1$ og $BC = 2$. Enhver af de indbyrdes parallelle kanter AA_1, BB_1, CC_1 og DD_1 har længden 3.

En plan π gennem A_1 skærer kanten BB_1 i B_2, så $BB_2 = 2$, og kanten DD_1 i D_2, så $DD_2 = 2$. Endvidere skærer den kanten CC_1 i C_2.

Beregn 1) længden af liniestykket CC_2.
2) siderne og vinklerne i firkant $A_1B_2C_2D_2$.
3) den spidse vinkel mellem planen π og planen gennem A, B, C og D.

3. K betegner det kurvestykke, der er bestemt ved

$$y = \cos x, \qquad \pi \leqq x \leqq 2\pi,$$

og l betegner den linie, hvis ligning er

$$4x - 5y + 10 = 0.$$

Idet afstanden (regnet positiv) fra linien l til et vilkårligt punkt på K kaldes d, skal man bestemme den største og den mindste værdi, som d kan antage.